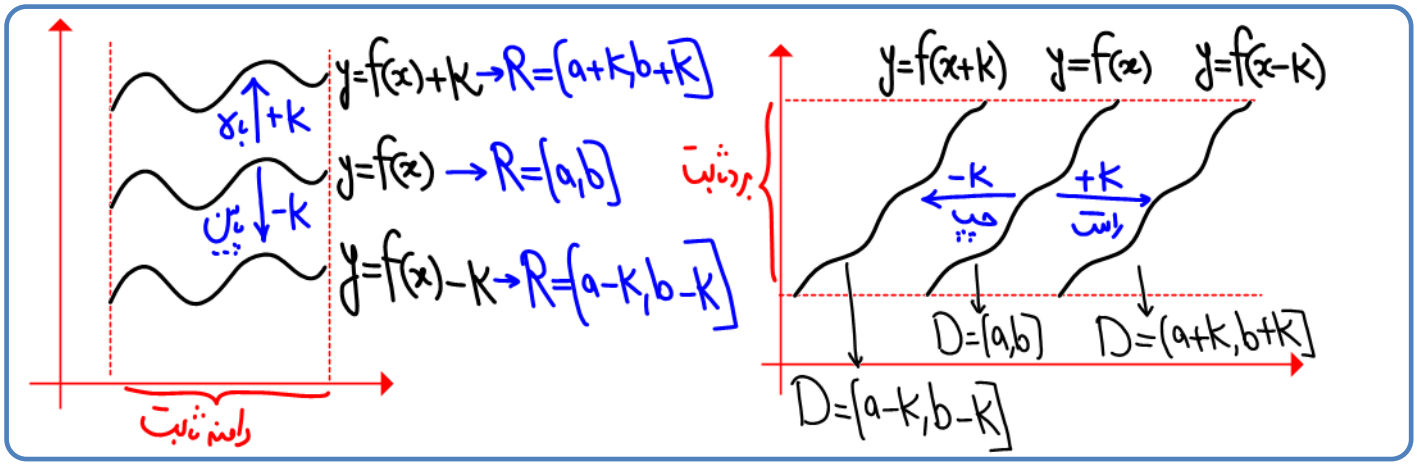
آموزش کامل کتاب درسی به همراه نهایی ها ---------- ۲/۵ نمره

بخش اول: انتـــــقال و تبدیل های توابع

انتقال ها

افقـــــی	عمـــودی
برد ثابت است ولی دامنه لزوماً ثابت نیست	دامنه ثابت است ولی برد لزوماً ثابت نیست
$f(x-k)$ **راست**	$f(x)+k$ **بالا**
$f(x+k)$ **چپ**	$f(x)-k$ **پایین**

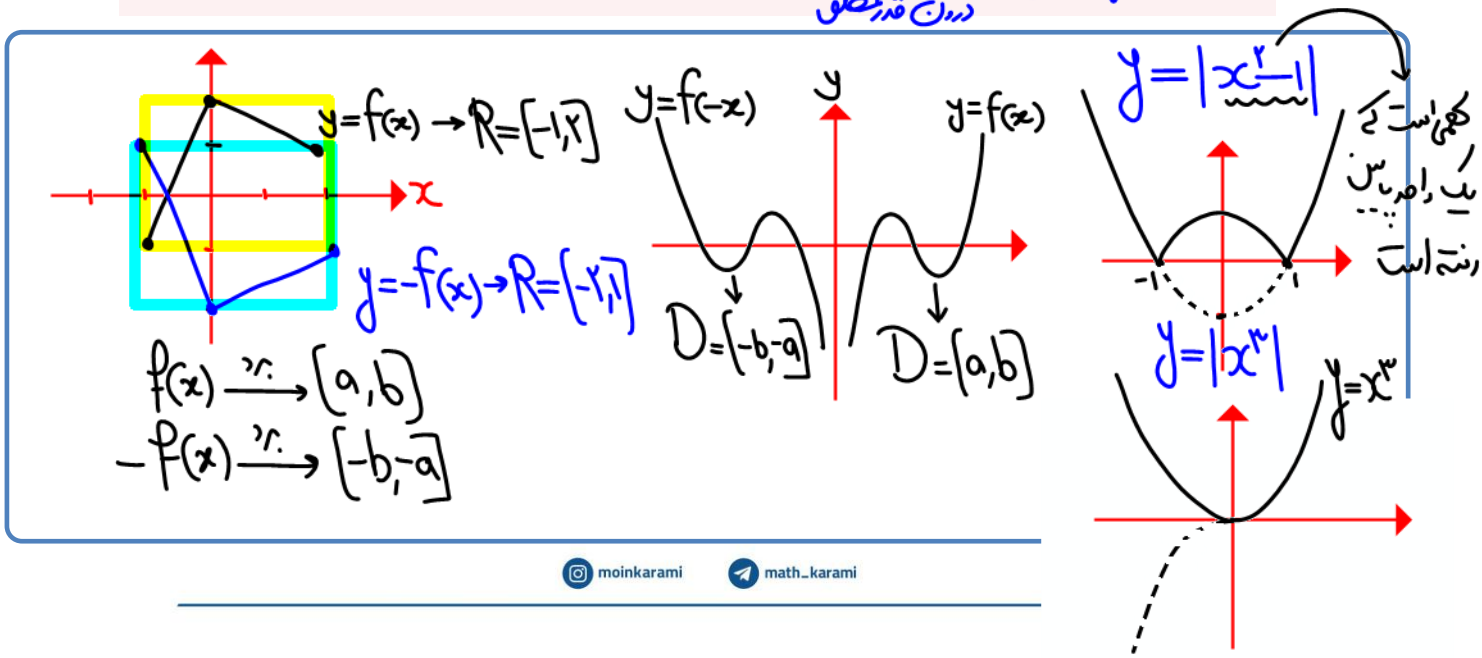
$y=x^2+x$ ۲ واحد راست $y=(x-2)^2+(x-2)$ ۲ واحد بالا $y=x^2+x+2$



قرینه ها

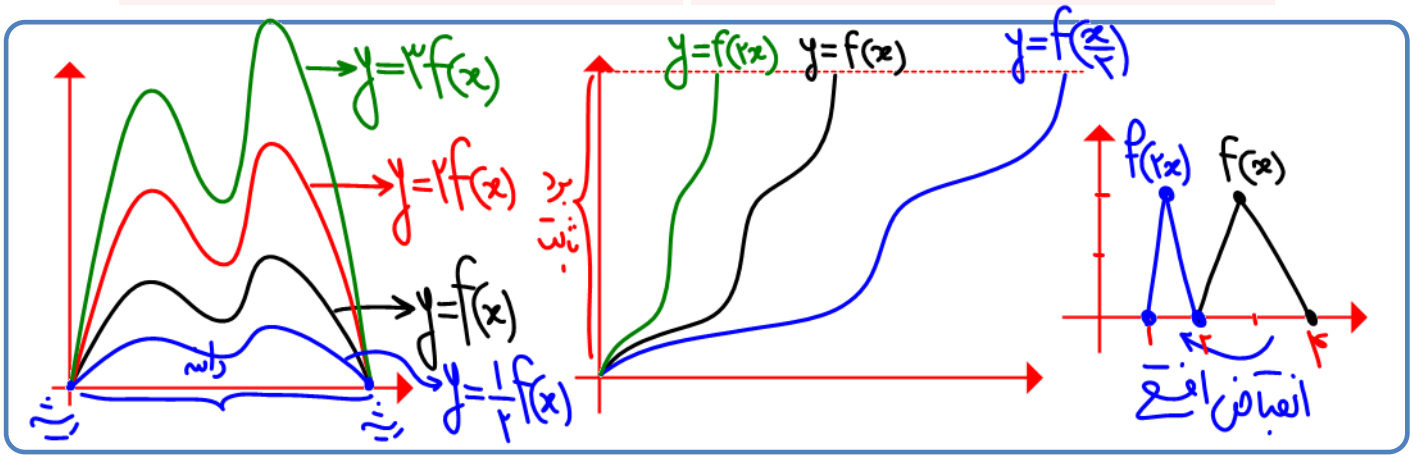
افقـــــی	عمـــودی
برد ثابت است ولی دامنه لزوماً ثابت نیست	دامنه ثابت است ولی برد لزوماً ثابت نیست
$f(-x)$ **قرینه نسبت به محور** y**ها**	$-f(x)$ **قرینه نسبت به محور** x **ها**

برای رسم $|f(x)|$ **ابتدا** $f(x)$ **را رسم می کنیم سپس زیر محور طول ها را به بالا تا می کنیم.**
سپس درون قدرمطلق



انبساط و انقباض ها

افقی	عمودی
برد ثابت است ولی دامنه لزوماً ثابت نیست	دامنه ثابت است ولی برد لزوماً ثابت نیست
انبساط افقی $f\left(\frac{x}{k}\right)$	انبساط عمودی $kf(x)$
انقباض افقی $f(kx)$	انقباض عمودی $\frac{1}{k}f(x)$



نکته ۱: تابع‌های $y=f(x)$ و $y=kf(x)$ **ریشه ها و دامنه یکسانی دارند ولی بردشان متفاوت است.**

نکته ۲: تابع‌های $y=f(x)$ و $y=f(kx)$ **برد یکسانی دارند ولی دامنه آن‌ها متفاوت است.**

مثال : دامنه $y=-2f(x)+4$ **و** $y=\frac{1}{5}f(x)$ **با هم (برابر / نابرابر) است.** درون f هیچ‌کدام نیست.

مثال : برد $y=f(3x)$ **و** $y=f(5x)$ **با هم (برابر / نابرابر) است.** بیرون f هیچ‌کدام نیست.

نکته ۳: **اگر** $y=f(kx)$ **اگر** $k>1$ **انقباض افقی و اگر** $0<k<1$ **انبساط افقی است.**

نکته ۴: **اگر** $y=kf(x)$ **اگر** $k>1$ **انبساط عمودی و اگر** $0<k<1$ **انقباض عمودی است.**

الویت و مراحل رسم به کمک انتقال

مراحل رسم به کمک انتقال $y=\overset{2}{A}f(\overset{2}{a}x+\overset{1}{b})+\overset{3}{B}$

(۱) چپ و راست **(۲) ضرایب** **(۳) بالا و پایین**

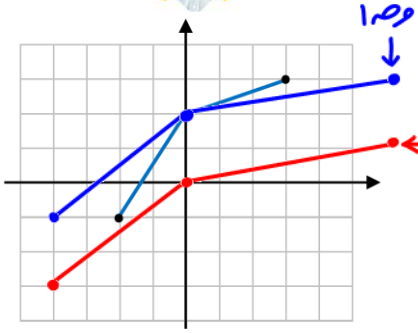
چگونه $y=\frac{1}{2}f(2x)$ را از روی $y=f(x)$ رسم کنیم؟ x ها را نصف کن / y ها را نصف کن

چگونه $y=f(-x+2)$ را از روی $y=f(x)$ رسم کنیم؟ وجه ① دو واحد چپ می‌بریم وجه ② قرینه نسبت به محور y

چگونه $y=2f(x-1)+3$ را از روی $y=f(x)$ رسم کنیم؟ وجه ① یک واحد راست وجه ② y ها دو برابر وجه ③ دو واحد بالا

چگونه $y=f(3x-1)-2$ را از روی $y=f(x)$ رسم کنیم؟ وجه ① یک واحد راست وجه ② x ها تقسیم بر ۳ وجه ③ دو واحد پایین می‌بریم.

۱- با استفاده از نمودار تابع f نمودار تابع $y = f\left(\frac{x}{2}\right) - 2$ را رسم کنید. (دی ۹۷)



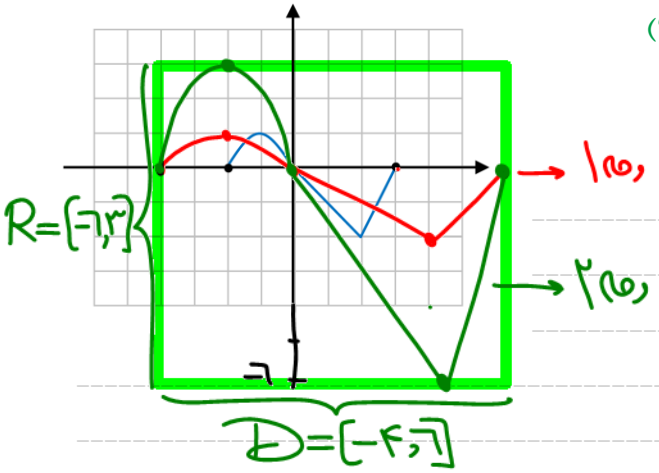
مرحله ① x ها را دو برابر می‌کنیم.

مرحله ② دو واحد پایین

۲- نمودار تابع $y = f(x)$ در شکل زیر رسم شده است. (خرداد ۹۹)

الف) نمودار تابع $y = 3f\left(\frac{1}{2}x\right)$ را رسم کنید.

ب) دامنه تابع $y = 3f\left(\frac{1}{2}x\right)$ را تعیین کنید.

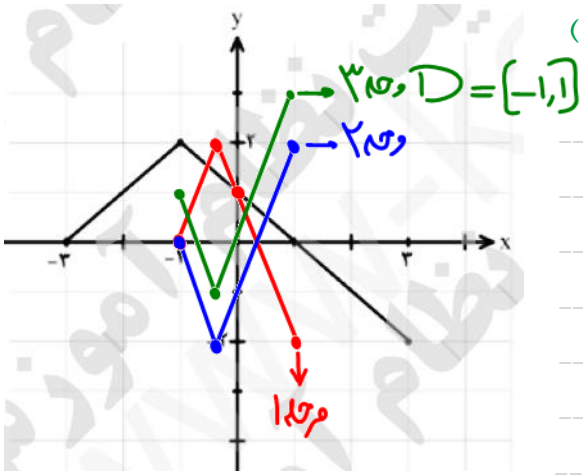


مرحله ① x ها را دو برابر کن

مرحله ② y ها را سه برابر کن

۳- نمودار تابع $y = f(x)$ در شکل زیر رسم شده است. (دی ۱۴۰۳)

نمودار تابع $y = -f(3x) + 1$ را رسم کنید.

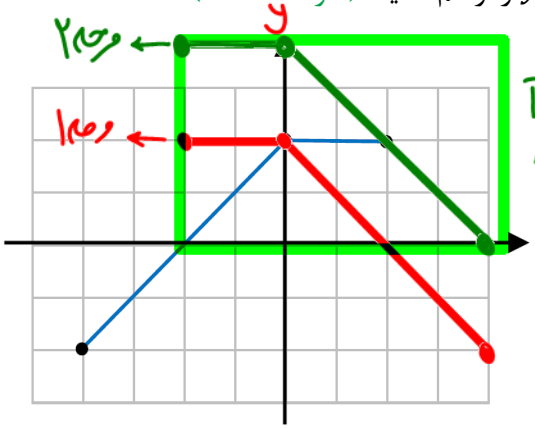


مرحله ① x ها را تقسیم بر ۳ کن

مرحله ② قرینه نسبت به محور y ها

مرحله ③ یک واحد بالا می‌آیم

۴- با توجه به نمودار تابع $y = f(x)$، نمودار تابع $y = f(-x) + 2$ را رسم کنید. (خرداد ۱۴۰۰)



مرحله ① قرینه نسبت به محور y ها

مرحله ② دو واحد بالا بردن

۵- نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x)=x^2-2x+1$ را ابتدا دو واحد به سمت پایین سپس یک واحد به سمت چپ و در مرحله‌ی آخر نسبت به محور xها قرینه می‌کنیم. ضابطه‌ی نمودار تابع را در هر مرحله بنویسید. (شهریور ۱۴۰۰)

$y=x^2-2x+1 \xrightarrow{\text{۲ واحد پایین}} y=x^2-2x-1 \xrightarrow{\text{یک واحد چپ}} y=(x+1)^2-2(x+1)-1$

$y=x^2+2x+1-2x-2-1$

$y=x^2-2$

$\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } x} y=-(x^2-2)=-x^2+2$

۶- نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x)=\sqrt{2x+3}$ را ابتدا دو واحد به سمت بالا سپس سه واحد به سمت راست و در مرحله‌ی آخر نسبت به محور xها قرینه می‌کنیم. ضابطه‌ی نمودار تابع را در هر مرحله بنویسید.

$y=\sqrt{2x+3} \xrightarrow{\text{۲ واحد بالا}} y=\sqrt{2x+3}+2 \xrightarrow{\text{۳ واحد راست}} y=\sqrt{2(x-3)+3}+2$

$y=\sqrt{2x-3}+2$

$\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } x} y=-(\sqrt{2x-3}+2)=-\sqrt{2x-3}-2$

۷- اگر نقطه $(-2,4)$ روی تابع $y=f(x)$ باشد، نقطه متناظر با آن روی توابع زیر را بیابید.

الف) $y=f(2x)$

x‌ها نصف شده‌اند

$(-1,4)$

ب) $y=\frac{1}{2}f\left(\frac{x}{2}\right)$

x‌ها دو برابر شده‌اند

y‌ها نصف شده‌اند

$(-4,4)$

$(-4,2)$ جواب نهایی

$y=\sqrt{2x+1}$

$\xrightarrow{\text{۱ واحد راست}} \sqrt{2(x-1)+1}=\sqrt{2x-2}$

$\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } y} \sqrt{2(-x)+1}=\sqrt{-2x+1}$

۸- نقطه $A(-3,2)$ روی نمودار تابع $y=f(x)$ قرار دارد. مختصات نقطه متناظر آن روی نمودار $y=\frac{1}{2}f(3x)+1$ را بیابید. (نهایی ۱۴۰۴)

مرحله ① x‌ها تقسیم بر ۳ $(-1,2)$

مرحله ② یک واحد بالا $(-1,3)$

* نقطه متناظر روی $y=3f\left(\frac{x}{2}-1\right)$ چیست؟

مرحله ① یک واحد راست $(-2,2)$

مرحله ② x‌ها دو برابر $(-4,2)$

مرحله ③ y‌ها سه برابر $(-4,6)$

۹- برد تابع f بازه‌ی $[-3,1)$ است. برد تابع $y=-2f(3x-1)+3$ کدامیک از موارد زیر است؟ (خرداد ۱۴۰۱)

الف) $(-8,0]$ ب) $[-12,0)$ پ) $[1,9)$ ت) $[-10,2)$

موثر روی برد: -2 و 3

موثر روی دامنه: $3x-1$

اگر دامنه f بازه $[0,3]$ باشد دامنه $y=-2f(3x-1)+3$ چیست؟

$-3<f(x)\leq 1 \xrightarrow{x-2} -5<f(x-2)\leq -1 \xrightarrow{\times -2} 10>-2f(x-2)\geq 2 \xrightarrow{+3} 13>-2f(x-2)+3\geq 5$

$0\leq x\leq 3 \xrightarrow{\text{یک واحد راست}} 1\leq x\leq 4 \xrightarrow{\text{x‌ها تقسیم بر ۳}} \frac{1}{3}\leq \frac{x}{3}\leq \frac{4}{3}$ جواب نهایی

۱۰- اگر دامنه تابع $y=f(x)$ برابر $[-1,3)$ و برد آن $[0,2)$ باشد. دامنه و برد تابع $y=f\left(\frac{x}{2}\right)$ را بیابید. (دی ۱۴۰۱)

xها دوبرابر شده است.

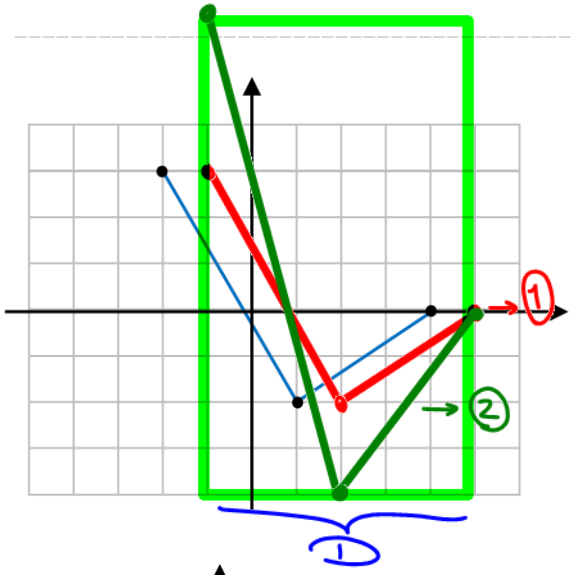
$R=[0,2)$

$D=[-2,6)$

۱۱- نمودار تابع f به صورت روبه‌رو است: (دی ۱۴۰۱)

الف) نمودار تابع $g(x)=2f(x-1)$ را رسم کنید.

ب) دامنه تابع g را به دست آورید.



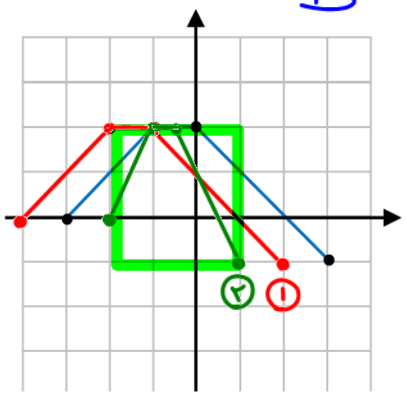
مرحله ① یک واحد راست

مرحله ② yها دوبرابر

$D=[-1,5]$

۱۲- نمودار تابع $f(x)$ در شکل زیر رسم شده است. (دی ۹۸ ریاضی)

نمودار تابع $g(x)=f(2x+1)$ را رسم کرده و دامنه و برد آن را تعیین کنید.



مرحله ① یک واحد چپ

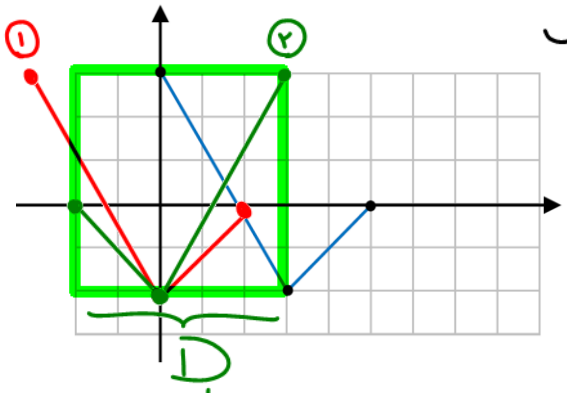
مرحله ② xها را نصف کن

$D=[-2,1]$

$R=[-1,2]$

۱۳- نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع $g(x)=f(3-x)$ را رسم کرده و دامنه آن را تعیین کنید. (شهریور ۹۸ ریاضی)

$f(-x+3)$

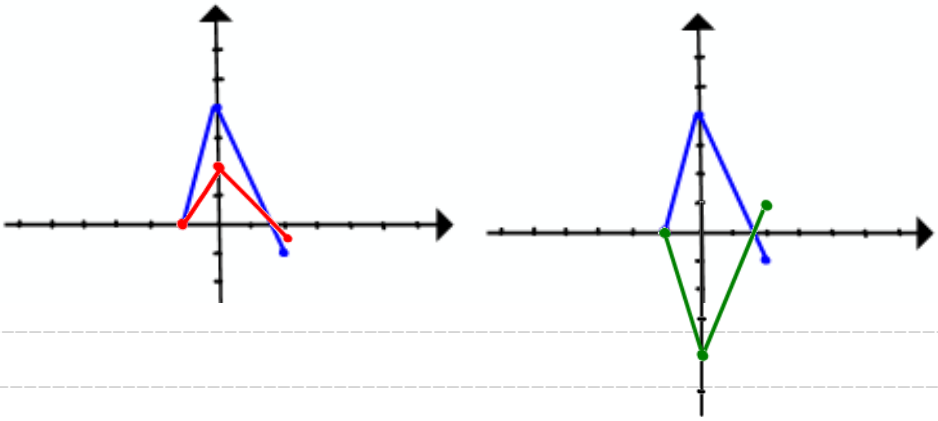


مرحله ① سه واحد چپ

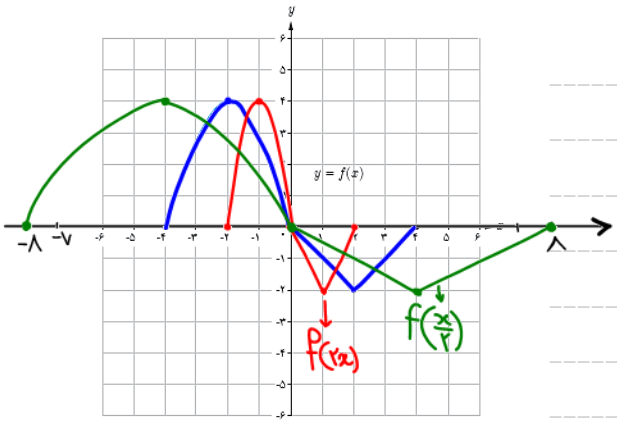
مرحله ② قرینه نسبت به محور yها

$D=[-2,3]$

۱۴- شکل زیر نمودار تابع f است، با کمک آن نمودار توابع $y=\frac{1}{2}f(x)$ ، $y=-f(x)$ را رسم کنید. (تمرین کتاب)

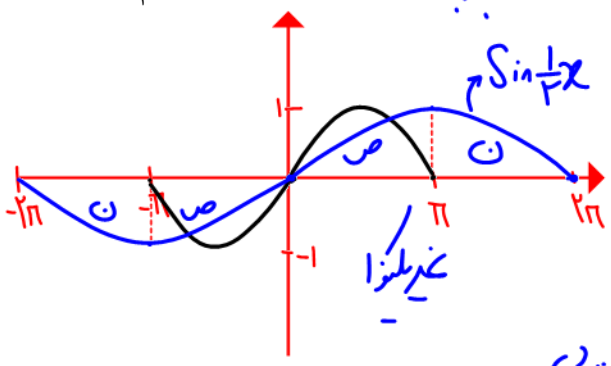


۱۵- نمودار تابع f با دامنه $[-4,4]$ به صورت زیر داده شده است، با استفاده از آن نمـــــودار توابع $y=f(2x)$ ، $y=f\left(\frac{1}{2}x\right)$ رسم کنید و دامنه آن را بیابید. (تمرین کتاب)

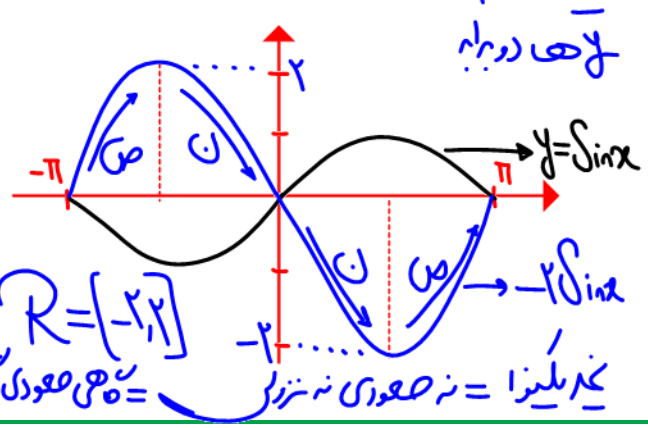


۱۶- توابع زیر را رسم کنید و برد و یکنوایی آنها را مشخص کنید. (تمرین کتاب)

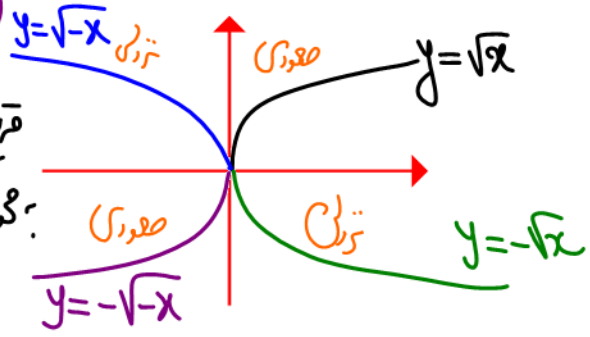
$y=\sin\frac{1}{2}x\ ;\ [-2\pi,2\pi]$



$y=-2\sin x\ ;\ [-\pi,\pi]$



$y=\sqrt{-x},\ -\sqrt{-x},\ -\sqrt{-x}$

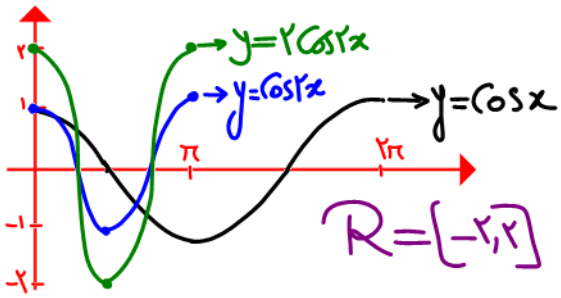


$\cos(-\alpha)=\cos\alpha$

۱۷- توابع زیر را رسم کنید و برد آن‌ها را مشخص کنید. (تمرین کتاب)

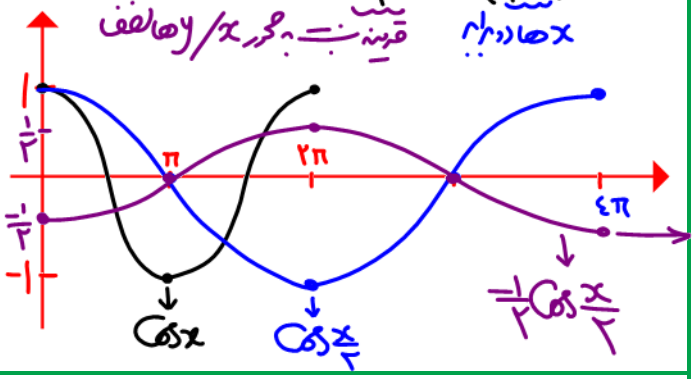
$y=2\cos 2x$

ضابطه‌ی داده‌شده — ضرب x در عدد — x ها را ضرب کن



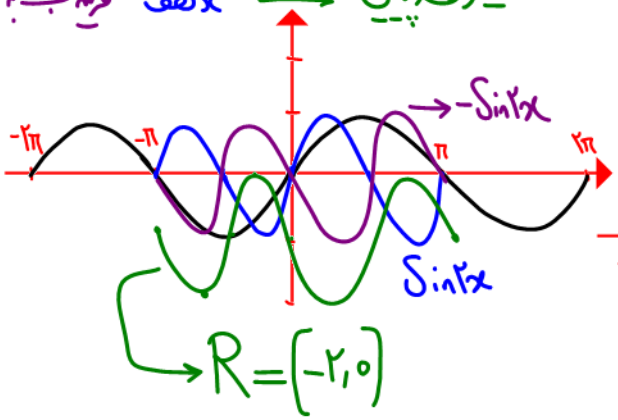
$y=-\frac{1}{2}\cos\left(-\frac{1}{2}x\right)=-\frac{1}{2}\cos\left(\frac{1}{2}x\right)$

ضابطه‌ی داده‌شده — ضرب x در عدد — x ها را ضرب کن — قرینه نسبت به محور x / y ها را ضرب کن



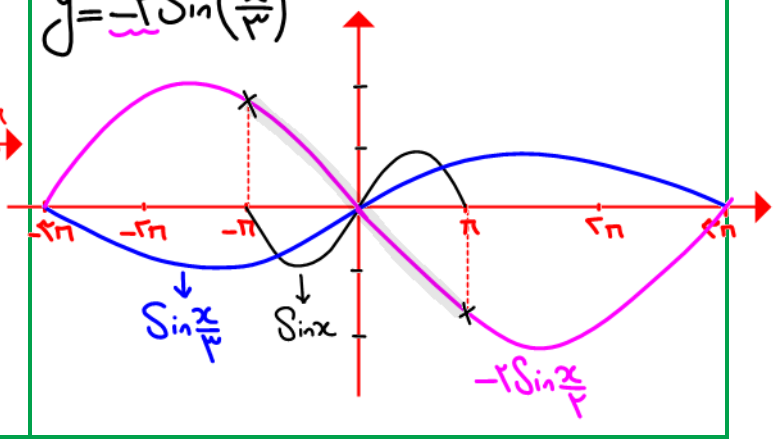
$y=-\sin(2x)-1\ ;[-\pi,\pi]$

قرینه نسبت به محور x — x ها را ضرب کن — ۱ واحد پایین



$y=2\sin\left(\frac{-1}{3}x\right)\ ;[-\pi,\pi]$

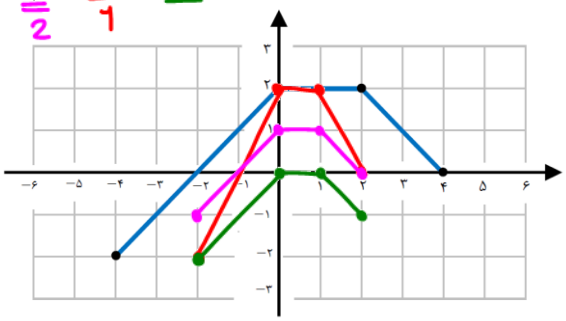
$y=-2\sin\left(\frac{x}{3}\right)$



۱۸- با استفاده از نمودار تابع f ،نمودارهای خواسته شده را رسم کنید. (تمرین کتاب)

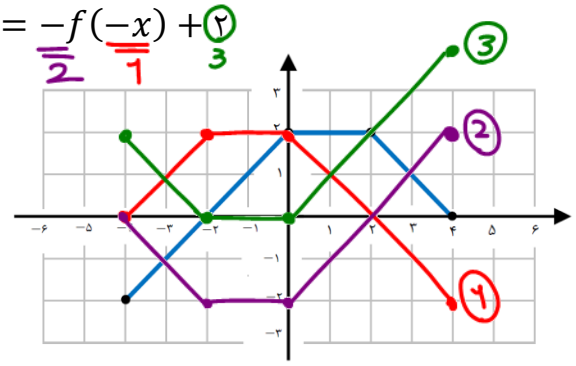
$y=\frac{1}{2}f(2x)-1$

2 — 1 — 1



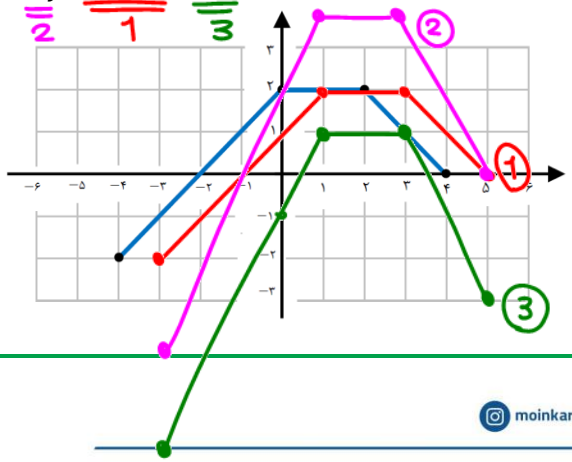
$y=-f(-x)+2$

2 — 1 — 3



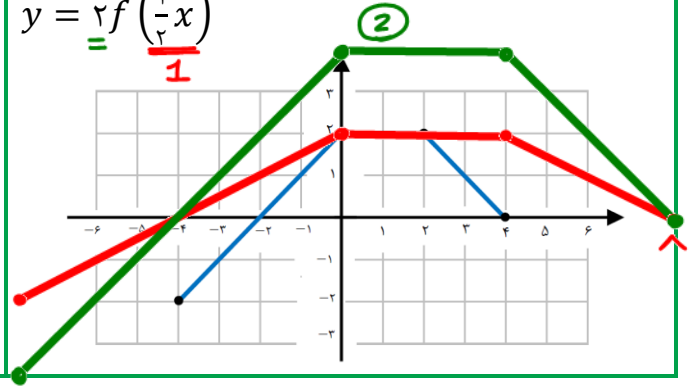
$y=2f(x-1)-3$

2 — 1 — 3



$y=2f\left(\frac{1}{2}x\right)$

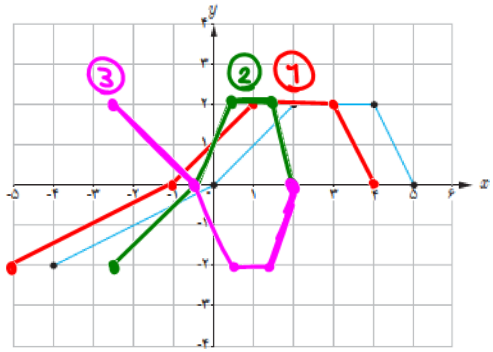
2 — 1



۱۹- نقطه‌ی $A(۱,-۴)$ روی نمودار تابع $y=۳-f(x)$ قرار دارد. مختصات نقطه‌ی A را روی نمودار تابع $y=\frac{۱}{۲}f(x-۲)$ بیابید.

$y=۳-f(x)$ $(۱,-۴)$ $\xrightarrow{\text{۳ واحد پایین}}$ $y=-f(x)$ $(۱,-۷)$ $\xrightarrow{x\text{ قرینه به }}$ $y=f(x)$ $(۱,۷)$ $\xrightarrow{\text{۲ واحد راست}}$ $y=f(x-۲)$ $(۳,۷)$ $\xrightarrow{\text{y نصف}}$ $y=\frac{۱}{۲}f(x-۲)$ $(۳,\frac{۷}{۲})$ جواب نهایی

۲۰- نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. نمودار $y=-f(۲x+۱)$ زیر را رسم کنید.



وجه ① یک واحد چپ
وجه ② x را نصف کنیم
وجه ③ قرینه نسبت به محور x

۲۱- دامنه و برد تابع f، بازه‌های $D_f=[-۲,+\infty)$ و $R_f=[-۳,۱]$ هستند. دامنه و برد توابع زیر را تعیین کنید.

الف) $y=-f(x)+۲$

دامنه بدون تغییر $D=(-۲,\infty)$

قرینه نسبت به محور x‌ها $[-۱,۳]$

در واحد بالا $R=[۱,۵]$

ب) $y=f(-۲x+۳)$

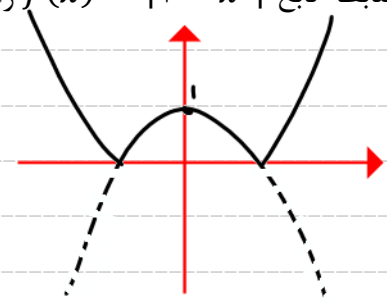
برد بدون تغییر $R=[-۳,۱]$

سه واحد چپ $[-۵,+\infty)$

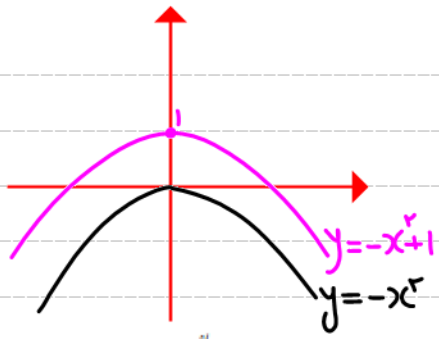
x نصف $[-۲.۵,+\infty)$

قرینه نسبت به محور y $D=(-\infty,۲.۵]$

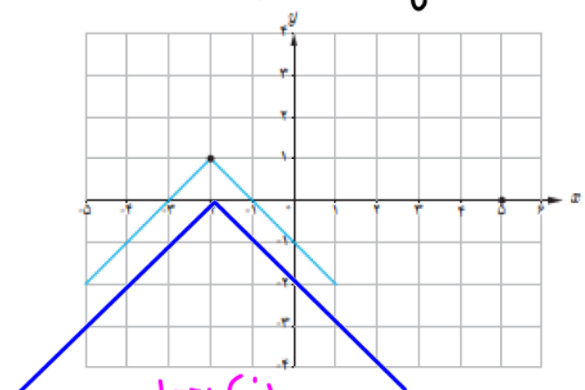
۲۲- ضابطه تابع $f(x)=|۱-x^۲|$ را رسم کنید. (نهایی ۱۴۰۴)



$y=-x^۲+۱$



۲۳- نمودار زیر از قرینه‌یابی و انتقال نمودار تابع $y=|x|$ به دست آمده است. ضابطه‌ی این تابع را مشخص کنید.



$y=-|x+۲|+۱$

وجه ① ۲ واحد چپ
وجه ② قرینه نسبت به محور x
وجه ③ یک واحد بالا

* بیان انتقال ...

بخش دوم: توابع چند جمله‌ای درجه n

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$$

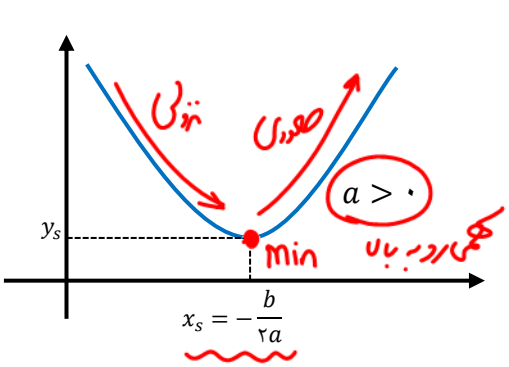
شرط اول: $a_1, a_2, \ldots, a_n \in \mathbb{R}$ **(ضرایب)**

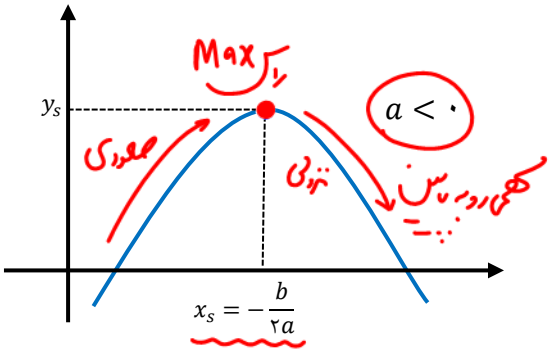
شرط دوم: $n \in \mathbb{W}$ **(توان ها)**

شرط سوم : $a_n \neq 0$ **(درجه)**

شرط چهارم: $D = \mathbb{R}$ **(دامنه)**

- **چند جمله‌ای درجه صفر = تابع ثابت = خط افقی** $f(x) = b$
- **چند جمله‌ای درجه یک = تابع خطی = خط مورب** $f(x) = ax + b, a \neq 0$
- **چند جمله‌ای درجه دو = سهمی** $f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0$





- **چند جمله‌ای درجه سه** $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d, a \neq 0$
- **برد توابع درجه فرد کل $\mathbb{R}$ است.**

مثال: برد تابع $y = x^5 - x$ چیست؟ $\mathbb{R}$

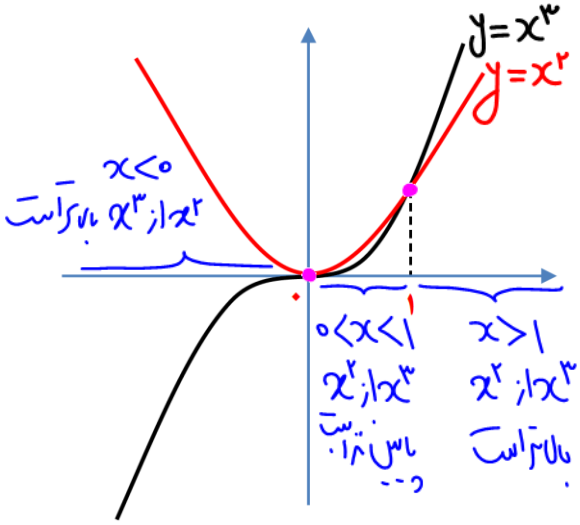
۲۴- کدام مورد چند جمله ای است، درجه آن را مشخص کنید؟ (تمرین کتاب)

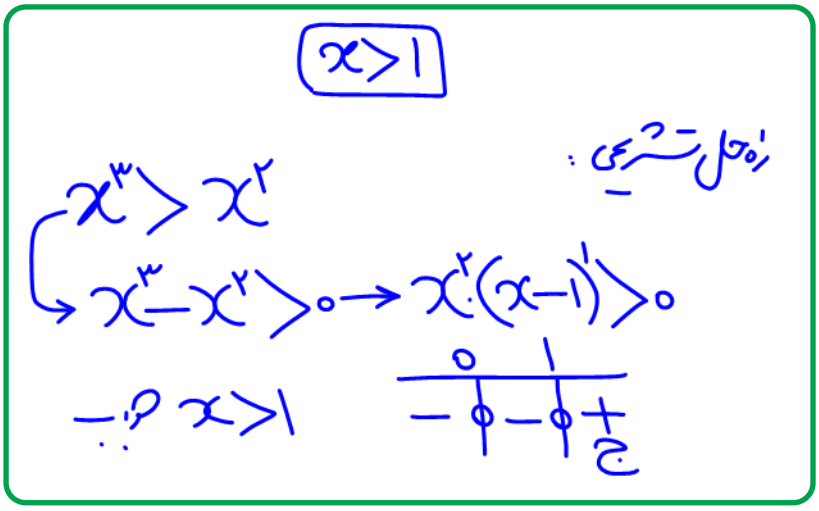
$y = \sqrt{2}x^3 - \frac{3}{4}x^1$ ✓ درجه ۳	$y = \sqrt{x} + x^3$ $\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$ ✗	$y = \frac{x^3+4x-1}{x+1}$ ✗	$y = 2x^5 - 4x^3 + \sqrt{7}x^1$ ✓ درجه ۵
$P(x) = (2-x)^2.(x+1)^3$ درجه ۲ درجه ۳ چندجمله‌ای درجه ۵	$y = \sin x + 5x$ ✗	$y = 2x(1-3x^2) + 1$ $y = 2x - 6x^3 + 1$ ✓ درجه ۳	$y = \frac{1}{x} + x$ $\frac{1}{x} = x^{-1}$ ✗

وقتی چندجمله‌ای‌ها در هم ضرب می‌کنند درجه‌ها با هم جمع می‌شوند.

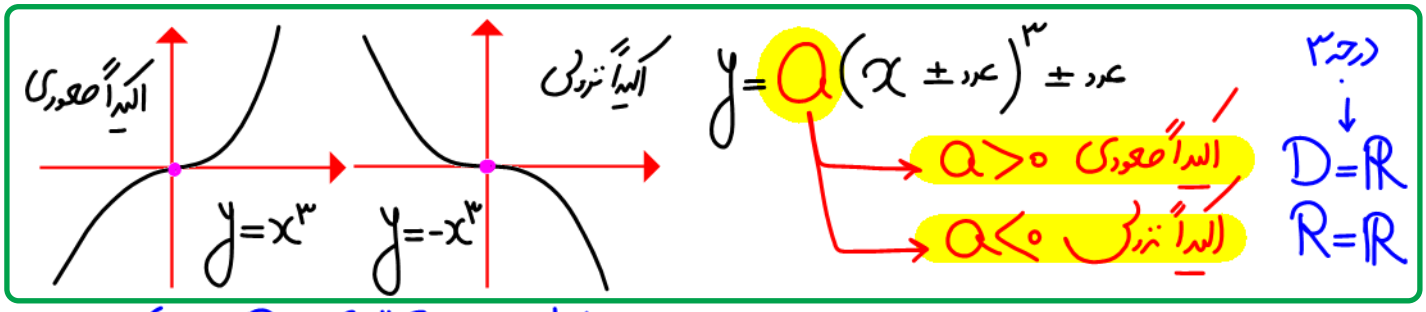
مقایسه نمودار $y=x^2$ و $y=x^3$

۲۵- درچه بازه‌ای تابع $y=x^3$ از تابع $y=x^2$ بالاتر است؟ (تمرین کتاب)



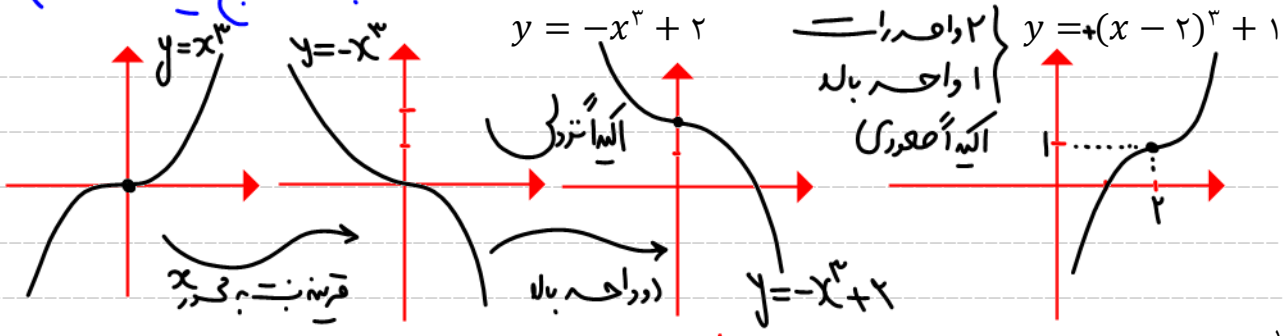


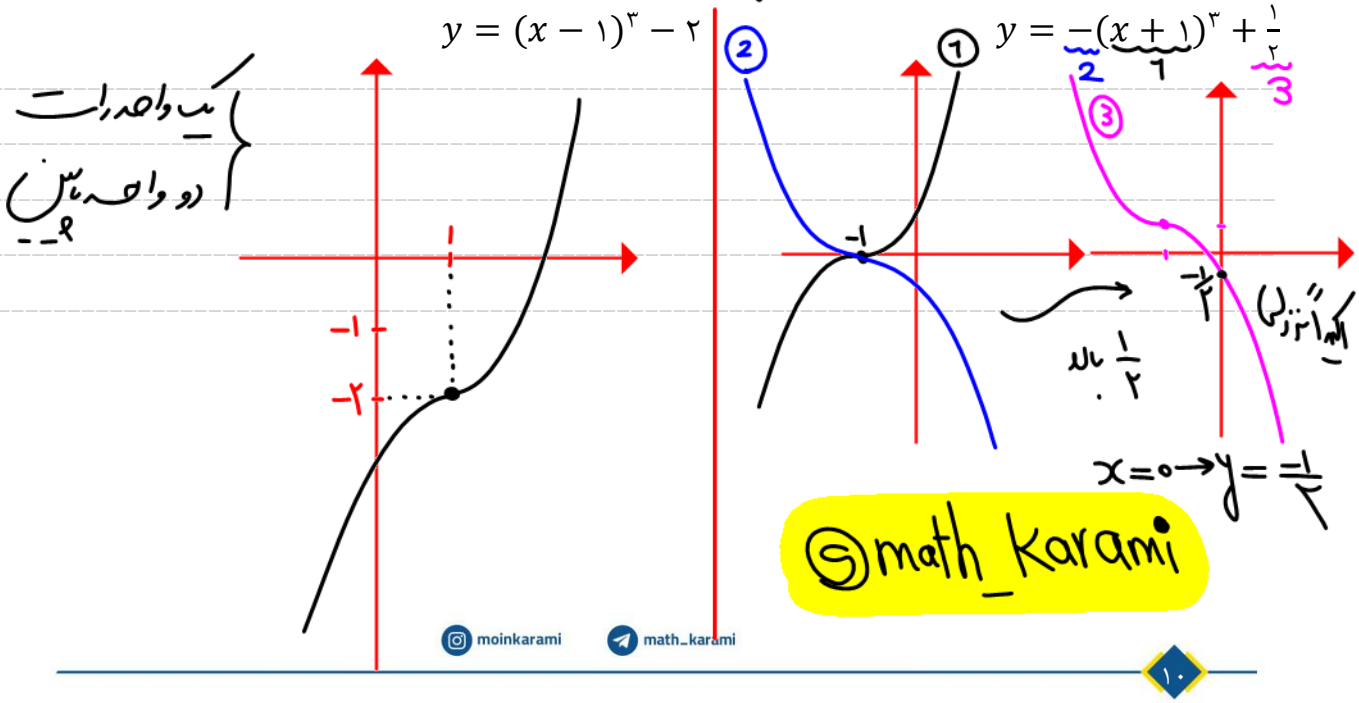
صعودی و نزولی بودن درجه ۳ ها



۲۶- توابع زیر را رسم کنید. (دامنه / برد / یکنوایی) (تمرین کتاب)

(دامنه و برد همه توابع زیر $\mathbb{R}$ است.)





بسم الله

* تضمین ریاضی تجربی : درسنامه + تمرین کتاب + سوالات تضمینی
جزوه + جمع بندی + کلیپ ها + راهنمایی معلم
* جزوه : pdf کامل در پیج هست
جزوه فیزیک : hamrahino.com
* کتاب زرد پر نویسنده خودم (صحیح)
* تمرین سوال

* دوشنبه ۱۵-۱۸
* تدریس به ترتیب کتاب درسی
* ۷-۸ جلسه

چندجمله‌ای

چندجمله‌ای : مجموع یا تفاضل تعداد عبارت به صورت روبرو است : ax^n (عدد) درجه‌ی x (عدد حقیقی = ... ,۳ ,۲ ,۱ ,۰)

$5x^3$
$\sqrt{7}x^2$
$y=\sqrt{3}x^4+\pi x^2$ چندجمله‌ای درجه ۴

مثال $y=4x^3-7x^2+5x^1-3x^0$ ✓ چندجمله‌ای درجه ۳

$y=\sqrt{x}=1\times x^{\frac{1}{2}}$ چندجمله‌ای نیست
$y=\frac{1}{x}=1\times x^{-1}$ " "

در چندجمله‌ای x نمی‌تواند زیر رادیکال یا در مخرج باشد.

چندجمله‌ای $y=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_1x^1+a_0$ (بزرگترین توان x ـ آن)

چندجمله‌ای درجه صفر $y=$ عدد
چندجمله‌ای درجه یک $y=ax+b$
چندجمله‌ای درجه دو $y=ax^2+bx+c$

* دامنه چندجمله‌ای‌ها $\mathbb{R}$ است.

درجه‌ها جمع می‌شوند.
چندجمله‌ای درجه ۵ $y=(x^3+x)\times(x^2-3x)$
چندجمله‌ای درجه ۵ $y=(x^4-3x^2-x+1)$